

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
Y ENERGÉTICA**

TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS

Asignatura: Electrotecnia de Caminos

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

TRANSFORMADORES

- * El **TRANSFORMADOR** es una máquina eléctrica estática que funciona solamente con corriente alterna y que permite transformar energía eléctrica con unos valores de tensión e intensidad en otra con otros valores de tensión e intensidad.

Consta básicamente de dos devanados y de un circuito magnético sin entrehierros construido con chapas magnéticas.

- * **DEVANADOS DEL TRANSFORMADOR:**

- Según el flujo de energía: La energía entra al transformador por el devanado **primario** (con subíndice 1) y sale hacia la carga que alimenta por el devanado **secundario** (con subíndice 2).
 - Según la tensión: El devanado de **alta tensión** (A.T.) es el de mayor tensión y el devanado de **baja tensión** (B.T.) es el de menor tensión.
- * Un transformador **elevador** tiene el lado de baja tensión en el primario y el de A.T. en el secundario.
Un transformador **reductor** tiene el lado de alta tensión en el primario y el de B.T. en el secundario.

VALORES NOMINALES O ASIGNADOS

- * Las **TENSIONES ASIGNADAS O NOMINALES** (V_{1N} , V_{2N}) son aquellas para las que se ha diseñado el transformador.
- * La **POTENCIA ASIGNADA O NOMINAL** (S_N) es la potencia aparente del transformador que el fabricante garantiza que no produce calentamientos peligrosos durante un funcionamiento continuo. Los dos devanados del transformador tienen la misma potencia asignada.
- * Las **CORRIENTES ASIGNADAS O NOMINALES** (I_{1N} , I_{2N}) se obtienen a partir de las tensiones nominales y de la potencia nominal.

Transformadores monofásicos:

$$S_N = V_{1N} \cdot I_{1N} = V_{2N} \cdot I_{2N}$$

Transformadores trifásicos:

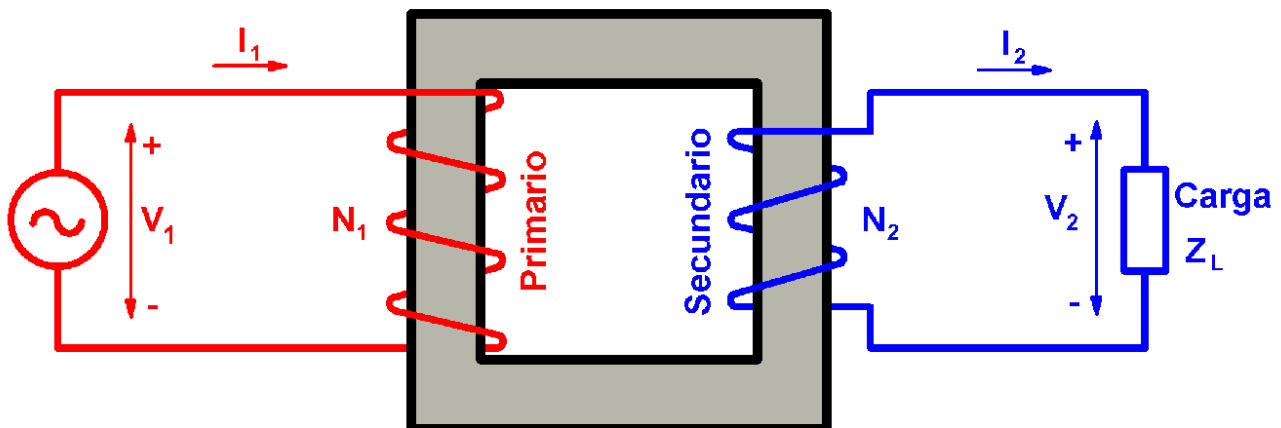
$$S_N = \sqrt{3} V_{1NL} \cdot I_{1NL} = \sqrt{3} V_{2NL} \cdot I_{2NL}$$

- * La **RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN** (m) es el cociente entre las tensiones nominales del primario y del secundario:

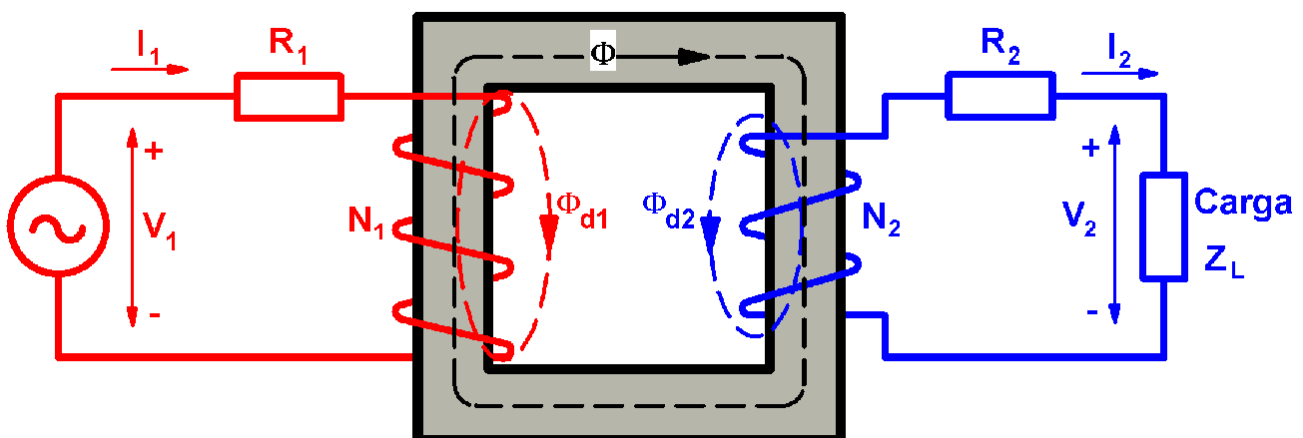
$$m = \frac{V_{1N}}{V_{2N}} = \frac{I_{2N}}{I_{1N}}$$

- * La **RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN ASIGNADA** es el cociente entre las tensiones nominales del bobinado de A.T. y del bobinado de B.T.

ESQUEMA DE UN TRANSFORMADOR MONOFÁSICO



SEPARACIÓN DE LAS RESISTENCIAS DE LOS DEVANADOS



R_1 Resistencia del devanado primario

R_2 Resistencia del devanado secundario

Φ_{d1} Flujo magnético de dispersión del primario

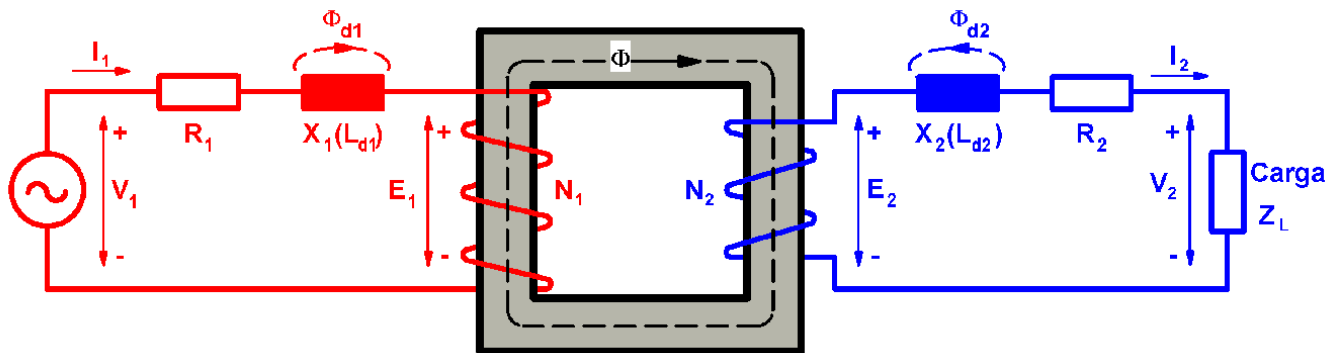
Φ_{d2} Flujo magnético de dispersión del secundario

Φ Flujo magnético común

* Convenio de signos para las corrientes: I_1 positivas generan Φ positivos e I_2 positivas generan Φ negativos.

* Convenio de signos para las tensiones: receptor en el primario y generador en el secundario.

SEPARACIÓN DE LAS REACTANCIAS DE DISPERSIÓN



$$L_{d1} = \frac{\Psi_{d1}}{I_1} = N_1 \frac{\Phi_{d1}}{I_1} \cong \text{cte}$$

$$L_{d2} = \frac{\Psi_{d2}}{I_2} = N_2 \frac{\Phi_{d2}}{I_2} \cong \text{cte}$$

$$X_1 = 2 \pi f L_{d1} ; \quad X_2 = 2 \pi f L_{d2}$$

E_1 y E_2 son fuerzas contraelectromotrices (f.c.e.m.s):

$$e_1 = + \frac{d \Psi_1}{d t} = N_1 \frac{d \Phi}{d t} ; \quad e_2 = + \frac{d \Psi_2}{d t} = N_2 \frac{d \Phi}{d t}$$

Convenio de signos de las f.c.e.m.s: E_1 y E_2 positivas intentan generar corrientes que den lugar a Φ negativos.

$$E_1 = 4,44 N_1 f \Phi_M ; \quad E_2 = 4,44 N_2 f \Phi_M$$

Luego, se cumple que:

$$m = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \left(\approx \frac{V_1}{V_2} \right)$$

MARCHA EN VACÍO

Es la marcha industrial en la que la carga es nula:

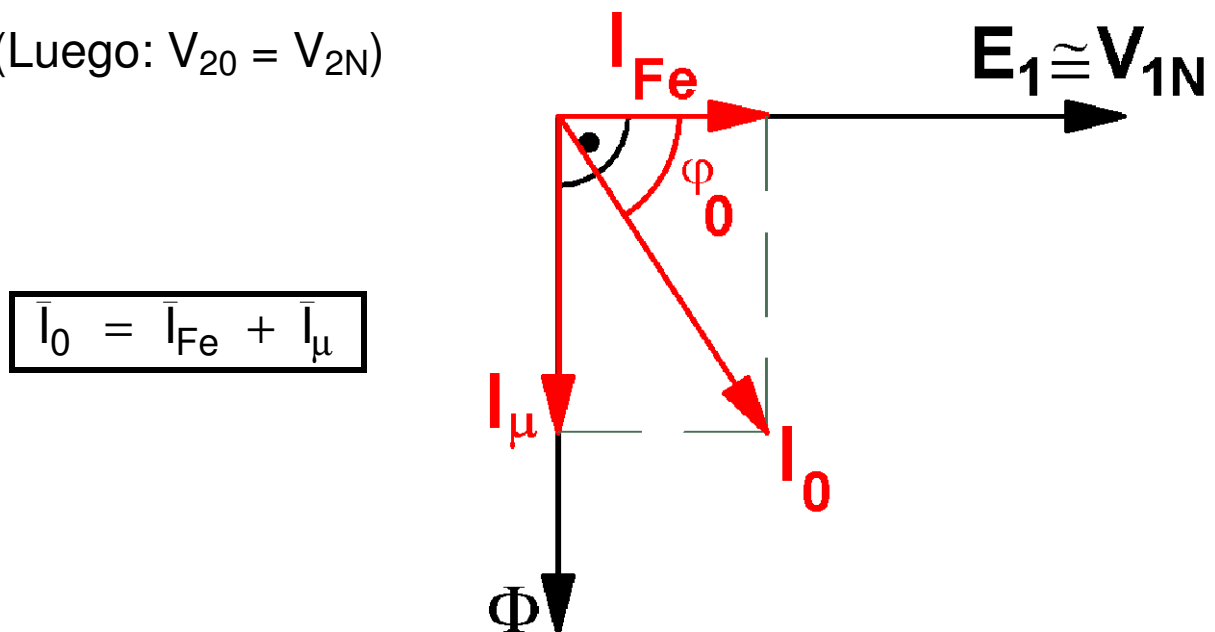
$$V_1 = V_{1N} ; \quad f = f_N ; \quad I_2 = 0$$

En vacío las magnitudes P_1 , I_1 y V_2 se denominan, respectivamente, P_0 , I_0 y V_{20} . El factor de potencia del primario $\cos \varphi_1$ en vacío se denomina $\cos \varphi_0$. Se tiene que:

$$P_0 \approx P_{Fe} \text{ (Pérdidas en el hierro)} = V_{1N} \cdot I_{Fe}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_0 \ll I_{1N} \text{ (} I_0 \leq 5\% I_{1N} \text{)} \rightarrow E_1 \cong V_{1N} \\ I_2 = 0 \rightarrow E_2 = V_{20} \end{array} \right\} m = \frac{E_1}{E_2} = \frac{V_{1N}}{V_{20}}$$

(Luego: $V_{20} = V_{2N}$)



La **corriente de vacío** $\bar{I}_0$ tiene dos componentes perpendiculares entre sí: $\bar{I}_{\mu}$ que genera el flujo magnético común $\bar{\Phi}$ y está en fase con él e $\bar{I}_{Fe}$ que está en fase con la tensión primaria $\bar{V}_{1N}$ por lo que genera sólo potencia activa, la cuál sirve para compensar las pérdidas en el hierro P_{Fe} .

ESTUDIO DEL CIRCUITO MAGNÉTICO

Suponiendo que el transformador siempre funcione con una MARCHA INDUSTRIAL ($V_1 = V_{1N}$; $f = f_N$), sus pérdidas en el hierro y su flujo máximo son constantes. Luego, para todas las marchas industriales la f.m.m. total es la misma.

Trabajando con fasores y teniendo en cuenta el criterio de signos para las corrientes, en carga se verifica que:

$$\overline{\mathcal{F}} = N_1 \bar{I}_1 - N_2 \bar{I}_2$$

En el caso particular de la marcha en vacío ($I_1 = I_0$; $I_2 = 0$):

$$\overline{\mathcal{F}} = N_1 \bar{I}_0$$

Luego:

$$N_1 \bar{I}_1 - N_2 \bar{I}_2 = N_1 \bar{I}_0$$

Si la **corriente secundaria reducida al primario** es $\bar{I}'_2$:

$$\boxed{\bar{I}'_2 = \frac{\bar{I}_2}{N_1 / N_2} = \frac{\bar{I}_2}{m}}$$

se deduce que:

$$\boxed{\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}'_2}$$

REDUCCIÓN DEL SECUNDARIO AL PRIMARIO

- * Se sustituye el secundario real por otro equivalente, de forma que las magnitudes del primario no cambian, se tiene el mismo flujo útil, el mismo balance de potencias y los mismos factores de potencia. El secundario equivalente se elige de forma que tenga el mismo número de espiras que el primario:

$$N'_2 = N_1 = m \cdot N_2$$

- * Luego, como el flujo no cambia sucede que en este secundario reducido al estator la f.e.m. vale:

$$E'_2 = 4,44 N'_2 f \Phi_M = 4,44 N_1 f \Phi_M = E_1$$

$$\boxed{\bar{E}'_2 = m \cdot \bar{E}_2 = \bar{E}_1}$$

- * Para que el flujo útil sea el mismo que con el secundario real, el secundario reducido al primario debe generar la misma f.m.m. que el secundario real:

$$N'_2 \cdot \bar{I}'_2 = N_2 \cdot \bar{I}_2 \rightarrow \boxed{\bar{I}'_2 = \frac{\bar{I}_2}{N_1 / N_2} = \frac{\bar{I}_2}{m}}$$

- * Para que el balance de potencias no cambie, se demuestra que se debe verificar que:

$$\boxed{\bar{V}'_2 = m \cdot \bar{V}_2}$$

$$\boxed{R'_2 = m^2 \cdot R_2}$$

$$\boxed{X'_2 = m^2 \cdot X_2}$$

$$\boxed{\bar{Z}'_L = m^2 \cdot \bar{Z}_L}$$

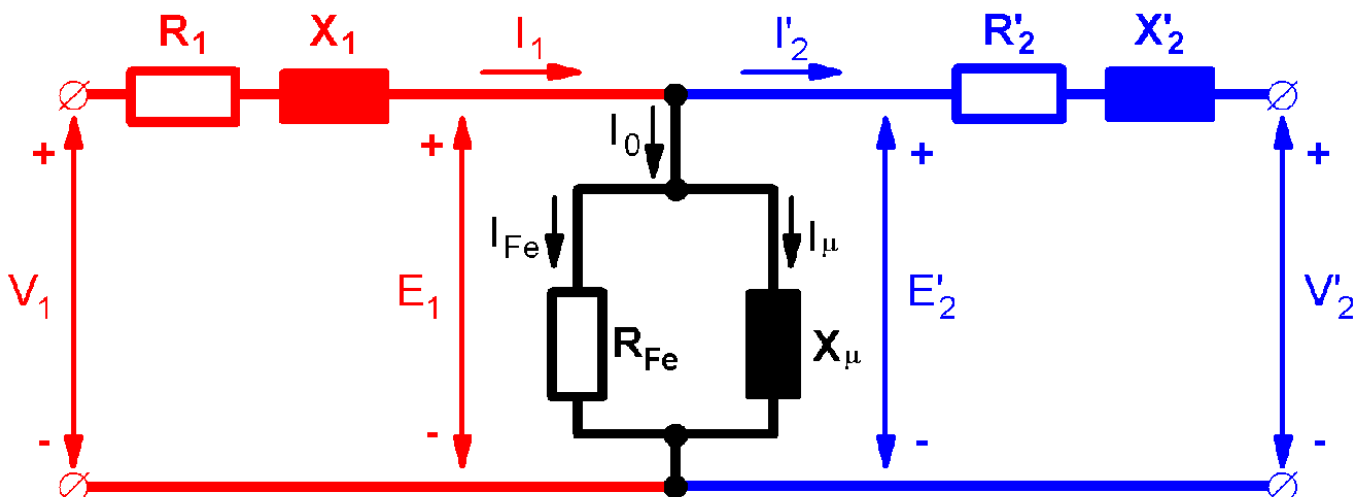
ECUACIONES DE UN TRANSFORMADOR

Utilizando el secundario reducido al primario se tiene que el transformador verifica las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_0 + \bar{I}'_2 \\ \bar{I}_0 &= \bar{I}_{Fe} + \bar{I}_\mu \\ \bar{V}_1 &= \bar{E}_1 + \bar{I}_1 (R_1 + j X_1) \\ \bar{E}'_2 = \bar{E}_1 &= \bar{V}'_2 + \bar{I}'_2 (R'_2 + j X'_2)\end{aligned}$$

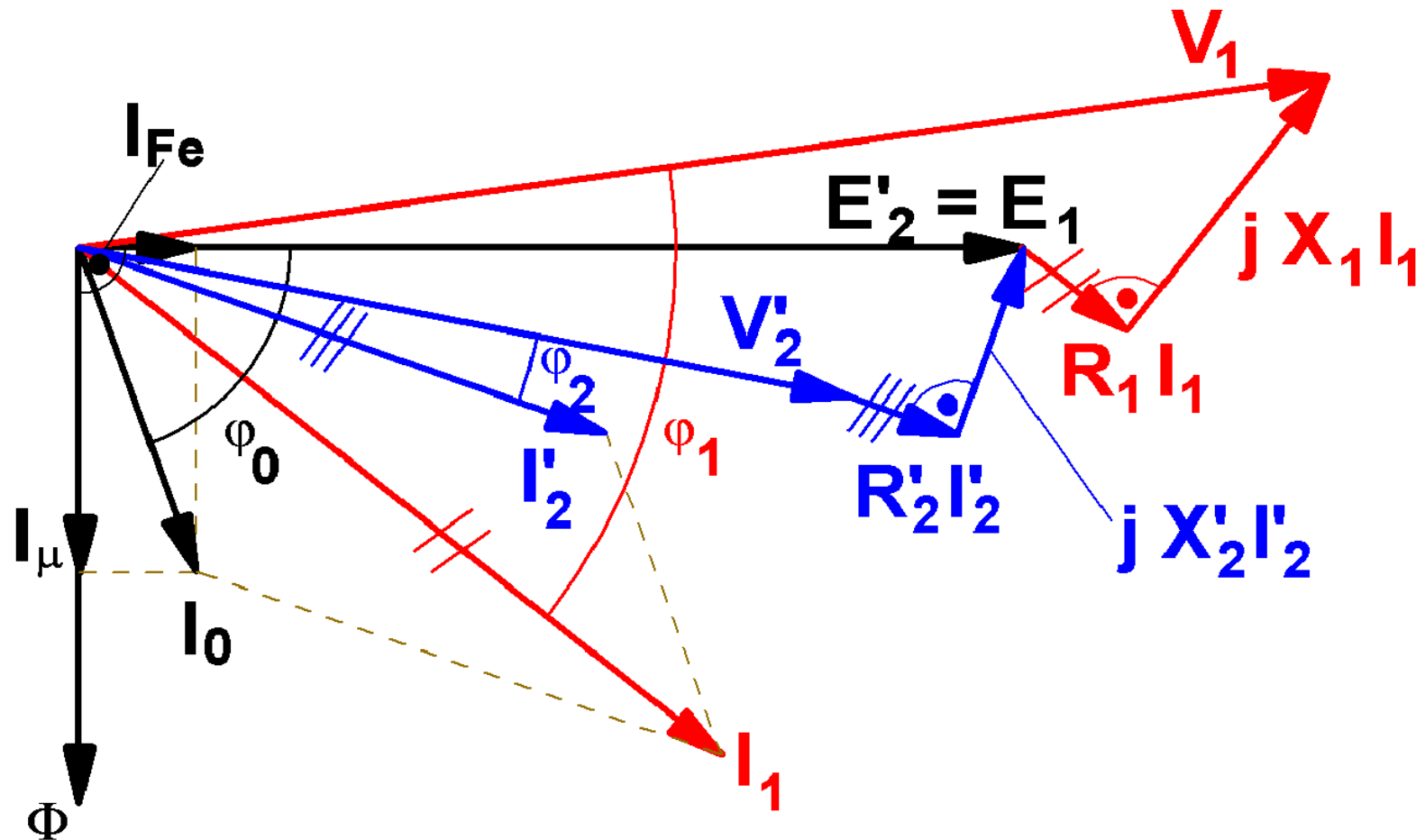
CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN TRANSFORMADOR

Este circuito cumple las mismas ecuaciones que un transformador con el secundario reducido al primario:



Por lo tanto, este circuito es equivalente al transformador y se pueden calcular magnitudes del transformador resolviendo este circuito.

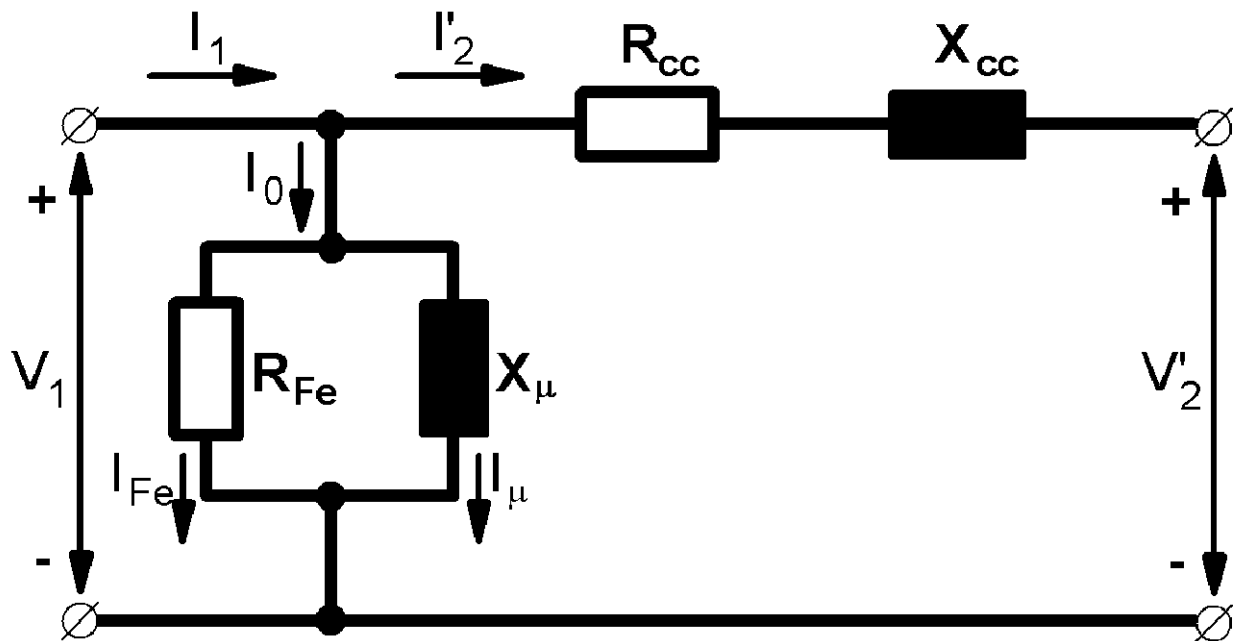
DIAGRAMA FASORIAL DE UN TRANSFORMADOR CON EL SECUNDARIO REDUCIDO AL PRIMARIO



(Aquí se han exagerado las caídas de tensión. En realidad $\bar{V}_1$ y $\bar{V}'_2$ están prácticamente en fase)

CIRCUITO EQUIVALENTE APROXIMADO DE UN TRANSFORMADOR

Dado el pequeño valor de la corriente de vacío no se comete mucho error si se sustituye el circuito equivalente exacto por este circuito aproximado, más fácil de resolver:



Donde:

R_{cc} Resistencia de cortocircuito

X_{cc} Reactancia de cortocircuito

Z_{cc} Impedancia de cortocircuito

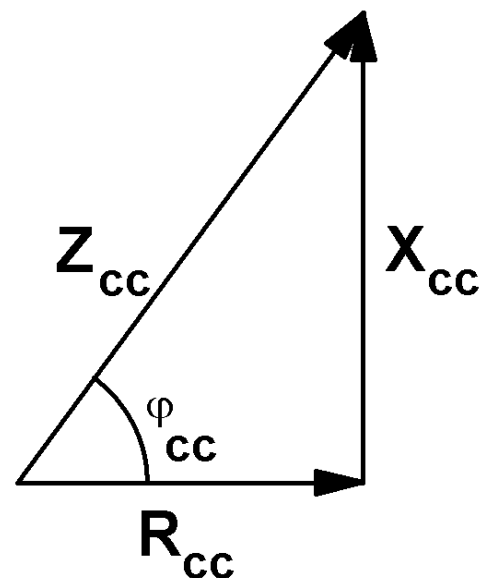
$$R_{cc} = R_1 + R'_2$$

$$X_{cc} = X_1 + X'_2$$

$$\bar{Z}_{cc} = R_{cc} + j X_{cc}$$

$$\bar{Z}_{cc} = Z_{cc} \angle \varphi_{cc}$$

Los parámetros de este circuito equivalente aproximado se pueden obtener mediante los ensayos de vacío y de cortocircuito.



TENSIONES RELATIVAS DE CORTOCIRCUITO

$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} 100$$

$$\varepsilon_{R_{cc}} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} 100 = \frac{P_{CuN}}{S_N} 100$$

(P_{CuN} = Pérdidas en el cobre nominales = $R_{cc} I_{1N}^2$)

$$\varepsilon_{X_{cc}} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} 100$$

Los parámetros Z_{cc} , R_{cc} y X_{cc} son muy diferentes de unos transformadores a otros, mientras que los parámetros relativos ε_{cc} , $\varepsilon_{R_{cc}}$ y $\varepsilon_{X_{cc}}$ no varían tanto:

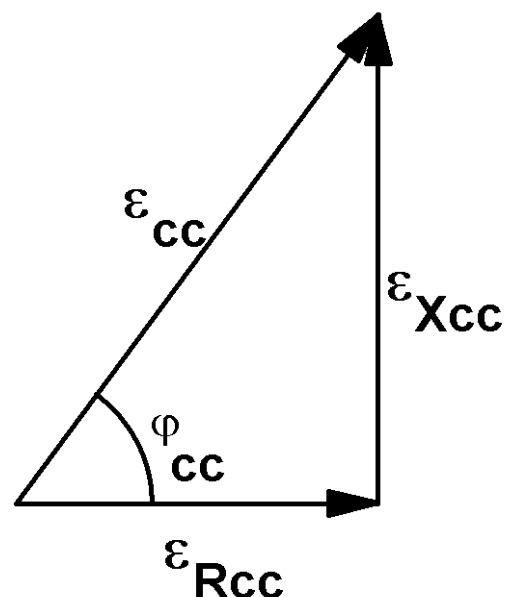
$$S_N \leq 1000 \text{ kVA} : 1\% \leq \varepsilon_{cc} \leq 6\%$$

$$S_N > 1000 \text{ kVA} : 6\% \leq \varepsilon_{cc} \leq 13\%$$

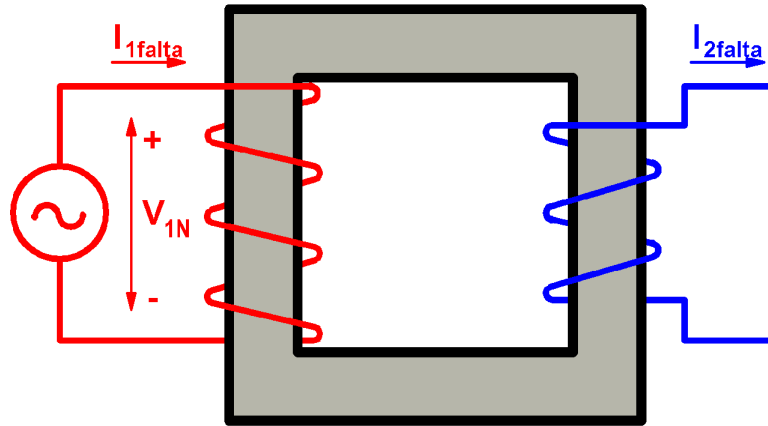
$$\varepsilon_{R_{cc}} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc}$$

$$\varepsilon_{X_{cc}} = \varepsilon_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc}$$

$$\varepsilon_{cc}^2 = \varepsilon_{R_{cc}}^2 + \varepsilon_{X_{cc}}^2$$



FALLO DE CORTOCIRCUITO



$$I_{1falta} = I_{1N} \frac{100}{\epsilon_{cc}} ;$$

$$I_{2falta} = I_{2N} \frac{100}{\epsilon_{cc}}$$

CAÍDA DE TENSIÓN

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} 100 = \frac{(V_1 / m) - V_2}{V_{2N}} 100 =$$

$$= C \left((\epsilon_{R_{cc}} \cos \phi_2) \pm (\epsilon_{X_{cc}} \sin \phi_2) \right)$$

(Signo + para cargas inductivas y signo – para cargas capacitivas)

Efecto Ferranti: Cuando la carga conectada al secundario de un transformador es capacitiva puede suceder que la tensión secundaria sea mayor que en vacío (caída de tensión negativa).

Cuando la tensión primaria es la nominal, se define la **regulación** para una carga dada así:

$$\epsilon_c = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} 100 = \frac{V_{2N} - V_2}{V_{2N}} 100$$

PÉRDIDAS EN UN TRANSFORMADOR

Partiendo del circuito equivalente aproximado se obtiene que:

PÉRDIDAS EN EL HIERRO

$$P_{Fe} = R_{Fe} \cdot I_{Fe}^2 = \frac{V_{1N}^2}{R_{Fe}}$$

PÉRDIDAS EN EL COBRE

$$P_{Cu} = R_{cc} \cdot I_2'^2 \approx R_{cc} \cdot I_1^2$$

Pérdidas en el cobre nominales:

$$P_{CuN} = R_{cc} \cdot I_{2N}^2 = R_{cc} \cdot I_{1N}^2$$

$$\text{También se cumple que: } P_{CuN} = \frac{\varepsilon_{R_{cc}}}{100} S_N$$

$$\frac{P_{Cu}}{P_{CuN}} = \left(\frac{I_2'}{I_{1N}} \right)^2 = C^2$$

$$\boxed{P_{Cu} = C^2 P_{CuN}}$$

Índice de carga:

$$\boxed{C = \frac{S}{S_N} \approx \frac{I_1}{I_{1N}} \approx \frac{I_2'}{I_{1N}} = \frac{I_2}{I_{2N}}}$$

PÉRDIDAS FIJAS Y VARIABLES

$$P_f = P_{Fe} (\approx P_0); \quad P_v = P_{Cu}$$

RENDIMIENTO DE UN TRANSFORMADOR

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{C S_N \cos \varphi_2}{C S_N \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C^2 P_{CuN}}$$

Rendimiento máximo

$$\eta_{\max} \rightarrow P_f = P_v \rightarrow P_{Fe} = P_{Cu}$$

$$P_{Fe} = C_{\text{opt}}^2 \cdot P_{CuN} \rightarrow C_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}}$$

Balance de potencias

